

**В.И. КРИВОЩЕКОВ**, канд. техн. наук

(Украина, Днепропетровск, Национальный горный университет),

**Л.А. НОВИКОВ**

(Украина, Днепропетровск, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины)

## ОСОБЕННОСТИ ГИДРОДИНАМИКИ СМЕЖНЫХ ПОТОКОВ ДВУХФАЗНОЙ СРЕДЫ

*Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.* Перспективным направлением по повышению эффективности разделения водоминеральных суспензий в гидроциклоне является формирование новой структуры течения двухфазной среды с использованием тех или иных гидродинамических эффектов. При этом всю область течения можно условно представить в виде совокупности локальных зон с индивидуальным полем скоростей и концентраций твердых частиц.

Обтекание конструктивных элементов гидроциклона сопровождается возникновением местных потерь давления двухфазной среды, величина которых определяется геометрическими параметрами течения, концентрацией твердой фазы в локальной зоне, интенсивностью турбулентности и межфазных взаимодействий. Несмотря на повышение эффективности разделения, использование гидродинамических эффектов может сопровождаться повышением местных потерь давления и энергозатрат на гидроциклонирование. В частности это относится к отрывным течениям и к противоположно направленным смежным потокам двухфазной среды.

*Анализ исследований и публикаций.* Одной из задач при исследовании закономерностей двухфазного течения в гидроциклоне является установления функциональной связи между коэффициентами диффузии твердых частиц и их концентрацией с учетом внутрифазных взаимодействий [1, 2]. Характер этих взаимодействий определяется величиной и направлением вектора скорости жидкой фазы в смежных слоях, а также степенью турбулизации последних [3].

Исследованию ламинарных течений двухфазной среды по наклонной поверхности посвящена работа [4]. Однако предложенная в данной работе двухслойная схема ламинарного течения не адаптирована для случая турбулентного движения, а также не позволяет исследовать особенности взаимодействия смежных слоев с разной величиной градиента скорости и ее направления.

Основным гидродинамическим параметром, определяющим характер взаимодействия смежных слоев двухфазной среды в локальных зонах течения в гидроциклоне [5] является величина ламинарного и турбулентного касательного напряжения [6].

*Постановка задачи.* Целью данной работы является исследование особенностей гидродинамики смежных потоков двухфазной среды.

*Изложение материала и результаты.* Рассмотрим противоточное и прямоточное течение двухфазной среды (ньютоновская жидкость и взвешенные твердые частицы) между двумя твердыми поверхностями (рис. 1, 2).

**Збагачення корисних копалин, 2013. – Вип. 54(95)**

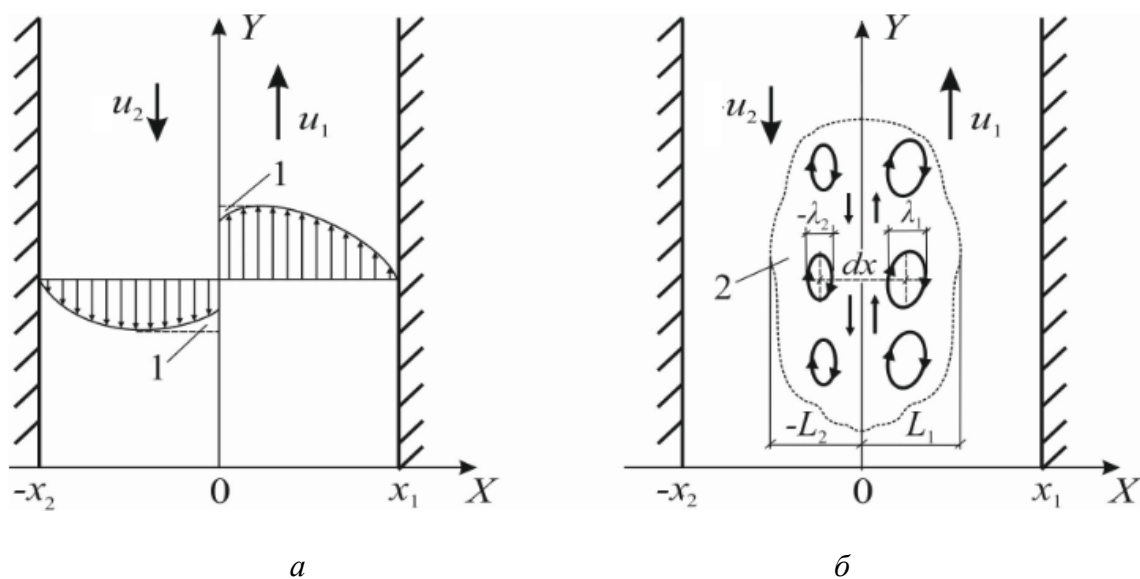


Рис. 1. Эпюра скоростей (а) и схема циркуляции (б) по условной границе раздела противоточных течений двухфазной среды:  
 1 – переходная зона замедленного течения; 2 – локальная зона противоточного течения;  
 $L_1, -L_2$  – характерные размеры локальных зон противоточных течений;  
 $\lambda_1, -\lambda_2$  – характерные диаметры вихрей в локальных зонах;  
 $u_1, u_2$  – средние скорости противоточных течений

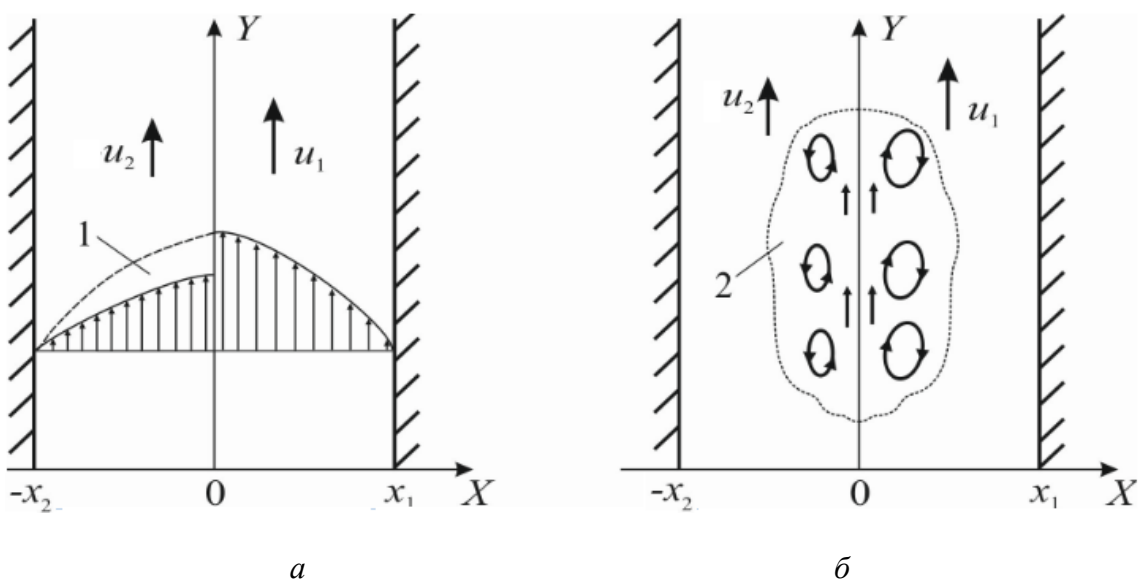


Рис. 2. Эпюра скоростей (а) и схема циркуляции (б) по условной границе раздела прямоточных течений двухфазной среды:  
 1 – переходная зона ускоренного течения; 2 – локальная зона прямоточного течения;  
 $u_1, u_2$  – средние скорости прямоточных течений

Возрастание скорости двухфазной среды при ее противоточном течении (рис. 1,а) будет наблюдаться в диапазоне от  $x = -x_2$  до  $x = -L_2$  и от  $x = x_1$  до  $x = L_1$ . Причем на границе локальной зоны (рис. 1,б) при  $x = -L_2$  и  $x = L_1$  величина скорости примет максимальное значение, после чего будет снижаться по ме-

ре приближения к условной границе раздела потоков (ось  $OY$ ). Последнее связано с возрастанием потерь энергии на трение при взаимодействии противоточных течений.

Так как  $u_1 > u_2$ , то в локальной зоне противоточного течения образуется больший объем циркуляции по условной границе раздела потоков (рис. 1,б). При этом величина касательной компоненты тензора напряжений  $\tau$  ньютоновской жидкости прямо пропорциональна ее динамической вязкости  $\mu$  и производной скорости сдвига  $du/dx$  (касательная компонента тензора скоростей деформации), т.е.

$$\tau = \mu \frac{du}{dx}. \quad (1)$$

При прямоточном течении двухфазной среды (рис. 2,а) увеличение ее скорости будет наблюдаться в диапазонах от  $x = -x_2$  до  $x = 0$  и от  $x = x_1$  до  $x = 0$ , а вдоль условной границе раздела потоков (рис. 2,б) образуется малый объем циркуляции за счет незначительного различия скоростей течений, что приводит к снижению величины  $\tau$  по сравнению с противоточным течением.

Рассмотрим миграцию твердой частицы с эквивалентным диаметром  $d_0 < \lambda_1$  ( $d_0 < \lambda_2$ ) в локальной зоне противоточного течения (рис. 1,б) в диапазоне от  $x = -L_2$  до  $x = L_1$ . Будем считать, что частица повторяет поведение ньютоновской жидкости. Время наблюдения миграции твердой частицы в рассматриваемой локальной зоне

$$t > \frac{(L_1 + L_2)^2}{D}, \quad (2)$$

где  $D$  – коэффициент диффузии твердой частицы [7].

В течении промежутка времени  $\tau_1$  твердая частица находится в области  $0L_1$  и движется в положительном направлении вдоль оси  $Oy$  со средней скоростью  $u_1$ , а в течении промежутка времени  $\tau_2$  она находится в области  $-L_20$  и движется в противоположном направлении со средней скоростью  $u_2$ . При этом смещение твердой частицы вдоль оси ординат за время  $t = \tau_1 + \tau_2$  будет определяться как

$$y = u_1\tau_1 - u_2\tau_2. \quad (3)$$

Пусть  $\tau_1 = \overline{\tau_1} + \Delta\tau_1$  и  $\tau_2 = \overline{\tau_2} + \Delta\tau_2$ , где  $\overline{\tau_1}$ ,  $\overline{\tau_2}$  – математические ожидания  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , а  $\Delta\tau_1 = \Delta\tau_2$  – отклонения от них. Тогда при  $t = 0$ ,  $y = 0$  получим

$$y = u_1\overline{\tau_1} - u_2\overline{\tau_2} + u_1\Delta\tau_1 - u_2\Delta\tau_2. \quad (4)$$

Поскольку  $\overline{\tau_1} = t \frac{L_1}{L_1 + L_2}$  и  $\overline{\tau_2} = t \frac{L_2}{L_1 + L_2}$ , то при условии:  $u_1L_1 = u_2L_2 = const$

первые два члена в уравнении (4) обращаются в ноль. Тогда

$$\begin{cases} \bar{y} = u_1 \frac{L_2 - L_1}{L_2} \Delta \tau_1; \\ \bar{y}^2 = u_1^2 L_1^2 \left( \frac{L_2 - L_1}{L_1 L_2} \right)^2 (\Delta \tau)^2 \end{cases} \quad (5)$$

Следовательно, определив величину левой части второго уравнения системы (5), можно вычислить и величину среднего квадрата в функции времени нахождения частицы в заданной области течения.

При миграции твердой частицы в локальной зоне проточного течения (рис. 2,б) ее движение будет происходить в положительном направлении вдоль оси  $Oy$  со средними скоростями  $u_1, u_2$ , а величина смещения вдоль оси координат за время  $t = \tau_1 + \tau_2$  будет определяться по формуле

$$y = u_1 \tau_1 + u_2 \tau_2. \quad (6)$$

Задавая математические ожидания  $\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2$  и отклонения от них  $\Delta \tau_1 = \Delta \tau_2$  по аналогии со случаем противоточного течения, при  $t = 0, y = 0$  получим

$$y = u_1 \bar{\tau}_1 + u_2 \bar{\tau}_2 + u_1 \Delta \tau_1 + u_2 \Delta \tau_2. \quad (7)$$

Тогда при условии:  $u_1 L_1 = u_2 L_2 = \text{const}$  система уравнений (5) примет вид:

$$\begin{cases} \bar{y} = u_1 \frac{L_1 + L_2}{L_2} \Delta \tau_1; \\ \bar{y}^2 = u_1^2 L_1^2 \left( \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2} \right)^2 (\Delta \tau_1)^2. \end{cases} \quad (8)$$

Соотношения (3), (6) для величины смещения твердой частицы вдоль оси  $OY$  не учитывают вихревой характер двухфазной среды вблизи условной границы раздела потоков (рис. 1, 2). Принимая скорость движения центра вихря равной средней скорости потока, для величин смещений твердой частицы при противоточном течении двухфазной среды получим:

$$\begin{cases} y_1 \approx u_1 \tau_1 - 0,5 \lambda_1 \sin \left[ \frac{(u_1 + u_2) \tau_1}{0,5 \lambda_1} \right]; \\ y_2 \approx u_2 \tau_2 - 0,5 \lambda_2 \sin \left[ \frac{(u_1 + u_2) \tau_2}{0,5 \lambda_2} \right]; \\ y = y_1 + y_2 \end{cases} \quad (9)$$

Для прямооточного течения двухфазной среды запишем:

$$\begin{cases} y_1 \approx u_1 \tau_1 - 0,5 \lambda_1 \sin \left[ \frac{(u_1 - u_2) \tau_1}{0,5 \lambda_1} \right]; \\ y_2 \approx u_2 \tau_2 - 0,5 \lambda_2 \sin \left[ \frac{(u_1 - u_2) \tau_2}{0,5 \lambda_2} \right]; \\ y = y_1 + y_2. \end{cases} \quad (10)$$

Для определения плотности вероятности нахождения твердой частицы в точке с координатами  $x, y$  в момент времени  $t$  в локальной зоне противоточного и прямооточного течений двухфазной среды можно воспользоваться уравнениями Фоккера-Планка-Колмогорова [8]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} - U_1 \frac{\partial \omega}{\partial x} & \text{при } x > 0; \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + U_2 \frac{\partial \omega}{\partial x} & \text{при } x < 0, \end{cases} \quad (11)$$

где  $\omega$  – функция плотности вероятности;  $U_1, U_2$  – скорости твердой частицы.

Дополнительные условия к системе уравнений (11):

$$\begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0 & \text{при } x = L_1; \\ \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0 & \text{при } x = -L_2. \end{cases} \quad (12)$$

Образование вихрей вблизи условной границе раздела потоков двухфазной среды приводит к возникновению продольных и поперечных пульсационных составляющих скорости фаз. При этом, наибольшие значения этих пульсаций будут характерны для противоточного течения, так как в этом случае процесс обмена импульсом и энергией между противоположно направленными потоками будет происходить более интенсивно, чем при прямотоке. Таким образом, даже при ламинарном режиме движения двухфазной среды, различие градиен-

## Гравітаційна сепарація

тов скорости и направления течений, разделенных условной границей, может привести к возникновению турбулентного перемешивания смежных слоев. Тогда параметры  $L_1$ ,  $L_2$  и  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  будут соответственно характеризовать макро- и микромасштаб турбулентности.

Выражение (1) представляет собой ламинарное касательное напряжение. Для турбулентного течения величина касательного напряжения будет определять как [9]

$$\tau_t = -\rho \overline{u'v'}. \quad (13)$$

где  $\rho$  – плотность ньютоновской жидкости;  $u'$ ,  $v'$  – продольная и поперечная пульсационные составляющие скорости ньютоновской жидкости.

Величина интенсивности турбулентности в локальной зоне противоточного и прямоточного течений двухфазной среды определяется по формулам [3, 7]:

$$I_1 = \frac{\sqrt{3^{-1}(\overline{u_1'^2} + \overline{v_1'^2})}}{u_1} = \left(\frac{\lambda_1}{L_1}\right)^{1/3}; \quad (14)$$

$$I_2 = \frac{\sqrt{3^{-1}(\overline{u_2'^2} + \overline{v_2'^2})}}{u_2} = \left(\frac{\lambda_2}{L_2}\right)^{1/3}, \quad (15)$$

где  $\overline{u_1'^2}$ ,  $\overline{u_2'^2}$  – продольные среднеквадратичные пульсационные составляющие скорости потоков;  $\overline{v_1'^2}$ ,  $\overline{v_2'^2}$  – поперечные среднеквадратичные пульсационные составляющие скорости потоков.

### *Выводы и направления дальнейших исследований:*

- Увеличение касательного напряжения вязкой жидкости по условной границе раздела противоточных течений двухфазной среды по сравнению с прямоточным течением связано с большей разностью скоростей потоков и соответственно более интенсивным вихреобразованием жидкой фазы;

- Значительной интенсивности обмена импульсом и энергией между смежными слоями двухфазной среды при ее противоточном течении в гидроциклоне приводит к увеличению местных потерь давления и энергозатрат на гидроциклонирование.

Дальнейшие исследования авторов будут направлены на исследование полей крупности концентрации твердых частиц в противоточных и прямоточных потоках двухфазной среды.

### Список литературы

1. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред [Текст] / Р.И. Нигматулин. – М.: Наука, 1978. – 336 с.

2. Фортъе А. Механика суспензий [Текст] / А. Фортъе. – М.: Мир, 1971. – 264 с.
3. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя [Текст] / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1974. – 711 с.
4. Проблемы гравитационного обогащения титано-цирконовых песков [Текст] / Б.А. Блюсс, А.М. Сокил, О.Г. Гоман. – Д.: Полиграфист, 1999. – 190 с.
5. Кривошеков, В.И. К разработке пневмосепаратора с осевым вводом исходного продукта [Текст] / В.И. Кривошеков, Л.А. Новиков // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2011. – Вип. 44(85). – С. 86-96.
6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкостей и газа [Текст] / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1970. – 906 с.
7. Кривошеков, В.И. Определение коэффициента диффузии твердых частиц в турбулентном потоке пульпы [Текст] / В.И. Кривошеков // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 1999. – Вып. 4(45) – С. 77-78.
8. Левич В.Г. Физико-химическая гидромеханика [Текст] / В.Г. Левич. – М.: Физматгиз, 1959. – 215 с.
9. Лойцянский Л.Г. Механика жидкостей и газа [Текст] / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1970. – 906 с.

© Кривошеков В.И., Новиков Л.А., 2013

*Надійшла до редколегії 17.09.2013 р.  
Рекомендовано до публікації д.т.н. Б.О. Блюсом*